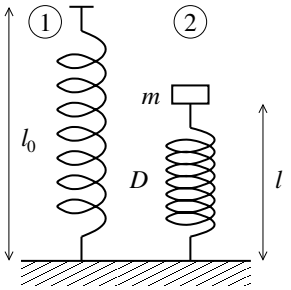
9. gyakorlat (2015. november 12.)

Mechanika, emelt szint, 2015/16, csütörtök, 10:15-11:45, 4.51

1. Konzervatív-e az alábbi erőtér, és ha igen, mi a potenciál?

   - $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = m\boldsymbol{g} = mg \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
   - $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = GMm \dfrac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$
   - $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = GMm \dfrac{\boldsymbol{r}_0 - \boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0|^3}$
   - $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = C \dfrac{1}{x^2+y^2} \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}$
   - $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = -k \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
   - $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = -k\boldsymbol{r}$

2. Egy függőleges, D rugóállandójú, kezdetben l_0 hosszúságú rugóra egy pici m tömegű testet helyezünk és összenyomjuk úgy, hogy a rugó hossza végül l legyen (ábra). Ha most hirtelen elengedjük a rugót, akkor milyen magasra pattan fel a test?



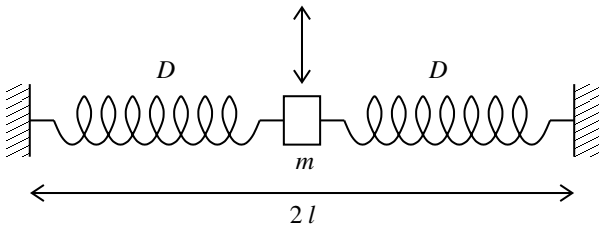
3. Mi az alábbi függvények Taylor-sora x_0 körül (az első három tag)?

   - $f(x) = 3x^2$, $x_0 = 0$
   - $f(x) = 3x^2$, $x_0 = 1$
   - $f(x) = \sin(x)$, $x_0 = 0$
   - $f(x) = e^x$, $x_0 = 0$
   - $f(x) = \sqrt{1+x}$, $x_0 = 0$

4. Pontos ember lévén, a liftkezelő fiú egy nagyon precíz matematikai ingát használ időmérésre, így mindig pontosan tudja, hogy mikor ér véget a munkaidő. A lift napközben azonos, állandó gyorsulásokkal mozog fel és le (a földszinti pontos óra mérései alapján). Vajon többet, kevesebbet, vagy pontosan annyit dolgozik a liftesfiú, mint amennyi elő van írva?

5. Az ábrán látható elrendezésben a D állandójú rugók eredeti hossza l_0. Mekkora az m tömegű test kicsi rezgéseinek frekvenciája

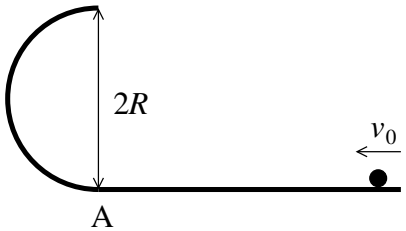
   - a rugókkal párhuzamosan?
   - a rugókra merőlegesen (az ábrán jelölt irányban)?



Házi feladatok

1. Milyen $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$ erőtér tartozik a $\Phi(\boldsymbol{r}) = C\varphi = C\mathrm{arctg}(y/x)$ potenciálhoz?

2. Határozd meg az alábbi deriváltakat:

   - $\frac{\partial}{\partial x}(x\cos(y) + y)$
   - $\nabla(x + y^2)$
   - $\nabla \frac{4y}{x^2+1}$
   - $\nabla[\sin(x)e^y \ln(z)]$
   - $\nabla(x^2 + y^2 + z^2)$

3. Az ábrán látható kis m tömegű test $v_0 = \sqrt{22Rg/5}$ sebességgel halad a függőleges, R sugarú, félkör alakú szakasz irányába, ahol először felemelkedik, majd elválik a pályától. Az „A” ponttól milyen távolságban ér ezután földet? A pályán a súrlódástól eltekinthetünk.