6. gyakorló feladatsor (kiadva: 2016. március 10., ell.: 2016. március 17.)

Elektromágnesség, emelt szint, 2015/16, csütörtök, 10:15-11:45, 4.52

6.1 *Earnshaw-tétel.* Legyen $\rho(\boldsymbol{r})$ egy tetszőleges töltéseloszlás vákuumban, és $\boldsymbol{r}_0$ egy olyan pont a térben aminek $\epsilon > 0$ sugarú környezetében (abba beleértve magát az $\boldsymbol{r}_0$ pontot is) nincs egyáltalán töltés. Tegyük fel továbbá, hogy $\boldsymbol{r}_0$-ban a töltéseloszlás által keltett térerősség zérus, azaz egy ponttöltést $\boldsymbol{r}_0$-ba helyezve az egyensúlyban van. Lásd be, hogy ez az egyensúlyi helyzet instabil. (Útmutatás: használd az integrális Gauss-tételt.)

6.2 *Hidrogénatom Thomson-modellje.* Képzeljük el a hidrogénatomot úgy, hogy az egy egyenletesen töltött, a_B sugarú, $|e|$ össztöltésű tömör gömbből, és ennek középpontjában ülő, $-|e|$ töltésű ponttöltésből áll. Tekintsük a tömör gömböt rögzítettnek.
(a) Lásd be, hogy a $-|e|$ töltésű ponttöltés egyensúlyban van a tömör gömb középpontjában
(b) Lásd be, hogy ez az egyensúlyi helyzet stabil.
(c) Ellentmond-e a vizsgált modell az Earnshaw-tételnek?
(d) Ha kicsit kitérítem a $-|e|$ töltésű ponttöltést az egyensúlyi helyzetéből, akkor rezegni kezd. Határozd meg a kis rezgések frekvenciáját. Becsüld is meg ezt a frekvenciát, az $a_B = 5,3$ Å Bohr-sugár és az $|e| = 1,6 \times 10^{-19}$ C elektrontöltés ismeretében. (Csak elektrosztatikai megfontolásokat használj, pl. a ponttöltés gyorsuló mozgása miatt fellépő sugárzást hanyagold el.)

6.3 *Kondenzátor fegyverzetének elektromechanikája.* Tekintsünk egy adott geometriai paraméterekkel rendelkező síkkondenzátort: fegyverzetek felülete A, fegyverzetek távolsága d.
(a) Legyen a fegyverzeteken levő töltés Q és $-Q$. Milyen erő hat a $-Q$ töltésű fegyverzetre? Használd a virtuális munka elvét. Ki tudnád máshogy is számolni az erőt?
(b) Tegyük fel, hogy a fegyverzeteken a fenti töltésmegosztást egy állandó V feszültségű telep hozza létre. Milyen erő hat ilyenkor a $-Q$ töltésű fegyverzetre? Használd a virtuális munka elvét.
(c) Tegyük fel, hogy a két fegyverzet vízszintesen, egymás fölött helyezkedik el, és a felső fegyverzet egy k rugóállandójú rugón lóg. A felső fegyverzet m tömege adott, de a nehézségi erő hatását elhanyagolhatjuk. A rugó nyújtatlan állapotában a fegyverzetek távolsága d. A fegyverzeteket Q és $-Q$ töltéssel feltöltjük. Mi lesz a fegyverzetek egyensúlyi távolsága? Mi lesz a felső, rugóra függesztett fegyverzet egyensúly körüli kis rezgéseinek frekvenciája? Találj ki realisztikus értékeket a fenti paraméterekre, és azokból becsüld meg a fegyverzetek egyensúlyi távolságát és a kis rezgések frekvenciáját.
(d) Oldd meg a (c) feladatot azzal a változtatással, hogy most nem a fegyverzetek töltését tartjuk fixen, hanem a köztük levő feszültséget, pl. úgy hogy a két fegyverzetet egy adott U feszültségű telep két kivezetésére kötjük. Használd a virtuális munka elvét a megoldáshoz.

Áramjárta vezető által indukált mágneses tér – összefoglalás.

A Biot-Savart-törvény idealizált, végtelen vékony vezetők speciális esetére vonatkozó alakja kimondja, hogy egy vékony, I áram által átjárt vezető által keltett mágneses indukcióvektor a tér $\boldsymbol{r}$ pontjában

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\text{a vezetőre}} \frac{d\boldsymbol{r}' \times (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|^3} \tag{1}$$

alakú. A $d\boldsymbol{r}'$ vonalelem-vektor az árammal megegyező irányba mutat.

6.4 *Egyenáram által indukált mágneses tér.*
(a) Határozd meg a $\boldsymbol{B}$ mágneses indukcióvektort egy végtelen hosszú és végtelen vékony, I egyenárammal átjárt egyenes vezetéktől d távolságban (ld. (a) ábra).
(b) Határozd meg a $\boldsymbol{B}$ mágneses indukcóvektort egy R sugarú, I egyenáram által átjárt körvezető forgástengelyén, a körvezető középpontjától d távolságban (ld. (b) ábra).
(c) Határozd meg a $\boldsymbol{B}$ mágneses indukcóvektort a (c) ábrán látható elrendezésben a kör alakú szakasz középpontjában.
(d) Határozd meg a $\boldsymbol{B}$ mágneses indukcóvektort a (d) ábrán látható elrendezésben a kör alakú szakaszok közös középpontjában.