

## 4. gyakorló feladatsor (kiadva: 2016. február 25., ellenőrzés: 2016. március 3.)

*Elektromágnesség, emelt szint, 2015/16, csütörtök, 10:15-11:45, 4.52*

### Fémek egyszerű modellje – összefoglalás:

Fémekben könnyen elmozdulnak a delokalizált elektronok. Sztatikus esetben persze nem mozognak az elektronok, azaz a rájuk ható erő a fém bármely pontjában nulla. Tehát sztatikus esetben az elektromos térerősség a fémek belsejében nulla.

1. következmény: egy fém belsejében a töltéssűrűség nulla (Gauss-törvényből). A fém felületén kialakulhat töltéssűrűség, ezt *felületi töltéssűrűségnek* nevezzük.

2. következmény: sztatikus esetben fémekben az elektromos potenciál homogén, azaz a fém minden pontjában ugyanakkora.

A 2. következmény következménye: sztatikus esetben fémek felületén az elektromos térerősség merőleges a fém felületére.

Gauss-törvény  $\Rightarrow$  elektromos tér jelenlétében a fém felületén töltések halmozódnak fel,  $\mathbf{r}' \in$  fémfelület esetén az őket jellemző felületi  $\sigma(\mathbf{r}')$  töltéssűrűsége az igaz, hogy  $\sigma(\mathbf{r}') = \epsilon_0 \mathbf{E}_{\text{kint}}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{n}_{\text{kifele}}(\mathbf{r}')$ . Itt  $\mathbf{n}_{\text{kifele}}(\mathbf{r}')$  a fém felületének a fémből kifelé irányított normálvektora az  $\mathbf{r}'$  pontban, és  $\mathbf{E}_{\text{kint}}(\mathbf{r}')$  az elektromos térerősségvektor értéke az  $\mathbf{r}'$  pontban ha a fémen kívülről közelítünk [azaz  $\mathbf{E}_{\text{kint}}(\mathbf{r}') := \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \mathbf{E}(\mathbf{r}' + \epsilon \mathbf{n}_{\text{kifele}}(\mathbf{r}'))$ ].

Kondenzátor kapacitása: a két fegyverzetten rendre  $Q$  és  $-Q$  töltést halmozunk fel; ekkor a két fegyverzet közti  $U$  feszültség arányos  $Q$ -val, és az arányossági tényezőt nevezzük a kondenzátor  $C$  kapacitásának:  $C = Q/U$ .

#### 4.1. Hengerkondenzátor kapacitása.

Számold ki két darab  $L$  hosszúságú, koaxiális fémhenger által alkotott kondenzátor kapacitását! A hengerek átmérői  $R_1$  és  $R_2$ . A „szórt terektől” tekintsünk el.

*További gyakorló feladatok:* gömbkondenzátor kapacitásának kiszámolása (külső fegyverzet sugara  $R_k$ , belső  $R_b$ ), síkkondenzátor kapacitásának kiszámolása (fegyverzetek felülete  $A$ , fegyverzetek távolsága  $d$ ).

#### 4.2. Tükörtöltések.

Tekintsünk egy két ponttöltésből álló töltésrendszert, melynek egyik tagja  $q$  töltésű és az  $\mathbf{r}_1 = (0, 0, d)$  pontban helyezkedik el, míg másik tagja  $-q$  töltésű és az  $\mathbf{r}_2 = (0, 0, -d)$  pontban helyezkedik el.

a) Határozd meg az elektromos térerősséget a tér tetszőleges  $\mathbf{r}$  pontjában.

b)  $E_z(x, y, 0) = ?$

c) lásd be, hogy az x-y síkban az elektromos potenciál eltűnik,  $\varphi(x, y, 0) = 0$ .

#### 4.3. Tükörtöltés-módszer.

A  $z < 0$  féltérrel elfoglaló földelt ( $U = 0$  potenciálon tartott) fémtömb fölött  $d$  távolságban, az  $\mathbf{r}_0 = (0, 0, d)$  pontban,  $q$  erősségű ponttöltést rögzítünk. Határozd meg a térerősséget a  $z > 0$  féltér tetszőleges pontjában. (Segítség: sztatikus esetben, azaz e feladat esetén is, a fém felületének bármely pontjában az elektromos térerősség merőleges a fém felületére. Ezen a feltételen kívül a  $z > 0$  féltérbeli megoldásnak természetesen ki kell elégítenie a sztatikus, vákuumbeli Maxwell-egyenleteket.)

#### 4.4. Indukált felületi töltéssűrűség.

A 4.3. feladatban szereplő elrendezésben számold ki a  $z = 0$  felületen (azaz a fémtömb határfelületén) kialakuló  $\sigma(x, y)$  felületi töltéssűrűséget! Mekkora a fém felületén felhalmozódó össztöltés? (útmutatás: használd ki a felületi töltéssűrűség és az elektromos térerősség kapcsolatát kifejező határfeltételt.) Milyen erővel hat a fém a ponttöltésre? Mennyi munkát kell végezni ahhoz, hogy a ponttöltést a fémfelületről végtelen távolságba vigyük?

#### 4.5. Töltött fonál fémfelület közelében.

A  $z < 0$  féltérrel elfoglaló földelt ( $\varphi = 0$  potenciálon tartott) fémtömb fölött  $d$  távolságban, az x tengellyel párhuzamosan, egyenletes  $\nu$  vonalmenti töltéssűrűségű egyenes fonalat rögzítünk. Határozd meg a térerősséget a  $z > 0$  féltér tetszőleges pontjában. Határozd meg a fonál által a fémtömb felületén indukált  $\sigma(x, y)$  felületi töltéssűrűséget.

*További gyakorló feladatok:* Elméleti Fizikai Példatár 2.20, 2.21